

## 5. ELEMENTY PASYWNE — MODELE

Dwa ostatnie rozdziały tej książki poświęcone zostaną na uzupełnienie i usystematyzowanie wiadomości o modelach elementów elektronicznych, które zostały wbudowane w program PSpice. W tym rozdziale zostaną omówione modele elementów pasywnych tzn. opornika, kondensatora, cewki oraz klucza. Rozdział ten obejmuje także model nieliniowego materiału ferromagnetycznego. Przedstawiona zostanie prosta metoda wyznaczania parametrów tego modelu dla typowych materiałów ferrytowych stosowanych w elektronice.

### 5.1. Jeszcze raz deklaracja modelu

Przypomnijmy, że deklaracja elementu elektronicznego w języku symulacyjnym programu PSpice wymaga podania nazwy modelu matematycznego elementu. W przypadku prostych elementów takich jak opornik wskazanie modelu elementu nie jest wprawdzie konieczne, ale pozwala na uwzględnienie dodatkowych parametrów modelu. Deklaracja modelu *nie musi* poprzedzać deklaracji elementu. Modele deklarowane są za pomocą instrukcji `.MODEL` o następującej składni:

```
.MODEL _nazwa _typ [_k1=_w1 _k2=_w2 ...]
```

Przykład:

```
.MODEL OPORNIK RES R=10K TC1=1.0E-3  
.MODEL DIODA D IS=1.0E-12
```

Parametr `_nazwa` oznacza nazwę, która w sposób jednoznaczny identyfikuje zadeklarowany model matematyczny. W polu `_typ` powinno znaleźć się jedno z słów kluczowych, które identyfikują w rodzaj elementu, którego model dotyczy. Wspomniane słowa kluczowe to:

<b>RES</b>	opornik;
<b>CAP</b>	kondensator;
<b>IND</b>	cewka;
<b>CORE</b>	nieliniowy rdzeń magnetyczny;
<b>VSWITCH</b>	klucz sterowany napięciem;
<b>ISWITCH</b>	klucz sterowany prądem;
<b>D</b>	dioda półprzewodnikowa;
<b>NPN</b>	tranzystor bipolarny typu n-p-n;
<b>PNP</b>	tranzystor bipolarny typu p-n-p;
<b>NJF</b>	tranzystor polowy złączowy z kanałem typu n;

<b>PJF</b>	tranzystor polowy złączowy z kanałem typu p;
<b>NMOS</b>	tranzystor polowy MOS z kanałem typu n;
<b>PMOS</b>	tranzystor polowy MOS z kanałem typu p;
<b>GASFET</b>	tranzystor polowy złączowy GaAs z kanałem typu n;

Na końcu linii deklaracji modelu podaje się, po słowach kluczowych identyfikujących parametry modelu (pola **\_k1**, **\_k2**, ...), wartości poszczególnych parametrów modelu (pola **\_w1**, **\_w2**, ...). Po wartości każdego z parametrów modelu może zostać podana wartość tolerancji dotycząca tego parametru. Wartość tolerancji *musi* zostać poprzedzona jednym z następujących słów kluczowych:

**DEV** Oznacza, że wartość parametru *jest inna* dla każdego elementu, którego deklaracja odwołuje się do tego samego modelu.

**LOT** Oznacza, że wartość parametru *jest taka sama* dla każdego elementu, którego deklaracja odwołuje się do tego samego modelu.

Tolerancję można podać wyrażoną w procentach. Aby to zaznaczyć należy użyć znaku „ % ”.

Przykład:

.MODEL TNPN NPN BF=100 DEV=50% IS=1.0E-18

Model o nazwie TNPN jest modelem matematycznym tranzystora bipolarnego typu n-p-n o wzmacnieniu prądowym równym 100 (parametr **BF**) oraz prądzie nasycenia złącza równym  $10^{-18}$ [A] (parametr **IS**). Wartość wzmacnienia prądowego może zmieniać się w granicach  $\pm 50$ [%] wartości nominalnej tzn. od wartości 50 do wartości 150.

## 5.2. Model opornika

Zwykle deklaracja opornika nie zawiera odwołania do modelu. Zdarza się jednak, że konieczne jest odtworzenie temperaturowych zmian oporności lub uwzględnienie tolerancji elementu. W tym wypadku konieczne jest zadeklarowanie modelu opornika. Tablica XI, Tablica XI zawiera parametry opornika, które uwzględnia model wbudowany w program PSpice. Jeżeli chodzi o temperaturowe zmiany oporności uwzględniono dwa typy oporników:

- Dla elementów dyskretnych oporność może być liniową lub kwadratową funkcją temperatury. Zmiany temperaturowe oporności opisywane są w tym przypadku za

**Tablica XI** Parametry modelu opornika.

Słowo kluczowe	Nazwa	Jednostka	Wartość domyślna
R	Mnożnik rezystancji	-	1.0
TC1	Współczynnik liniowej zależności rezystancji od temperatury	[K] <sup>-1</sup>	0.0
TC2	Współczynnik kwadratowej zależności rezystancji od temperatury	[K] <sup>-2</sup>	0.0
TCE	Wykładnik potęgowy dla temperaturowej zależności rezystancji	[K] <sup>-1</sup>	0.0

pomocą dwóch parametrów **TC1** i **TC2**. Są to odpowiednio współczynnik liniowej

zależności rezystancji od temperatury i współczynnik kwadratowej zależności rezystancji od temperatury. Równanie opisujące temperaturowe zmiany oporności ma postać:

$$R(T) = R(T_0) [1 + TC1 \cdot (T - T_0) + TC2 \cdot (T - T_0)^2] \quad (87)$$

gdzie:

- T temperatura w skali bezwzględnej;
- T<sub>0</sub> temperatura odniesienia równa 300K;
- R(T) oporność w temperaturze T;
- R(T<sub>0</sub>) oporność w temperaturze odniesienia.

- Dla oporników scalonych, wykonywanych zwykle jako obszar dyfuzji kolektorowej scalonego tranzystora bipolarnego, właściwsza jest zależność wykładnicza. Zmiany temperaturowe oporności opisywane są w tym przypadku jednym parametrem **TCE** – wykładnikiem potęgowym.

$$R(T) = R(T_0) \cdot 1.01^{TCE \cdot (T - T_0)} \quad (88)$$

Przykłady:

- \* OPORNIK DYSKRETNY  
.MODEL OPO\_D RES R=1K TC1=5.0E-4 TC2=4.2E-6
- \* OPORNIK SCALONY  
.MODEL OPO\_S RES R=1K TCE=-2.5E-02

Parametr **R**, który znajdujemy wśród parametrów opornika, służy do obliczania wartości opornika odwołującego się do modelu. Wartość opornika w temperaturze odniesienia T<sub>0</sub> jest iloczynem parametru **R** oraz mnożnika podawanego tuż za nazwą modelu w linii deklaracji opornika. Jeśli mnożnik nie jest podany program przyjmuje, że wynosi on 1. Niech opornik o nazwie R11 będzie modelowany za pomocą modelu o nazwie OPO\_D z przykładu powyżej. Deklaracja tego opornika powinna mieć postać:

R11 12 2 OPO\_D 10

Wartość oporności opornika R11 w temperaturze T<sub>0</sub> wynosi 10[kΩ].

Tolerancje oporników uwzględnia się za pomocą słowa kluczowego **DEV** lub **LOT** w deklaracji modelu opornika.

Przykłady:

- \* OPORNIKI O TOLERANCJI 5[%]. WARTOŚCI NIEZALEŻNE.  
.MODEL OPO RES R=10K DEV 5%
- R21 1 2 OPO 5 ;50K
- R45 2 4 OPO 1 ;10K
- RMY 3 5 OPO 2.3 ;23K

### 5.3. Model kondensatora

Model kondensatora wbudowany w program PSpice pozwala na uwzględnienie następujących efektów:

- Wpływu temperatury na wartość pojemności kondensatora.
- Wpływu napięcia panującego na kondensatorze na wartość pojemności (efekty nieliniowe).

Tablica XII zawiera parametry modelu kondensatora. Parametr **C** służy do obliczania wartości pojemności elementu w temperaturze odniesienia. Wartość pojemności deklarowanego kondensatora (podobnie jak w przypadku opornika) jest iloczynem wartości parametru **C** oraz mnożnika podawanego tuż za nazwą modelu w linii deklaracji elementu.

**Tablica XII** Parametry modelu pojemności.

Słowo kluczowe	Nazwa	Jednostka	Wartość domyślna
C	Mnożnik pojemności	-	1.0
TC1	Współczynnik liniowej zależności pojemności od temperatury	[K] <sup>-1</sup>	0.0
TC2	Współczynnik kwadratowej zależności pojemności od temperatury	[K] <sup>-2</sup>	0.0
VC1	Współczynnik liniowej zależności pojemności od napięcia	[V] <sup>-1</sup>	0.0
VC2	Współczynnik kwadratowej zależności pojemności od napięcia	[V] <sup>-2</sup>	0.0

Jeśli mnożnik nie jest podany, program przyjmuje, że wynosi on 1. Zależność pojemności od temperatury opisywana jest za pomocą dwóch parametrów **TC1** i **TC2** — odpowiednio jest to współczynnik liniowej zależności pojemności od temperatury i współczynnik kwadratowej zależności pojemności od temperatury.

$$C(T) = C(T_0) [1 + TC1 \cdot (T - T_0) + TC2 \cdot (T - T_0)^2] \quad (89)$$

gdzie:

$C(T)$  pojemność w temperaturze  $T$ ;

$C(T_0)$  pojemność w temperaturze odniesienia  $T_0$ .

Efekty nieliniowe modelowane są za pomocą dwóch następujących parametrów. Są to odpowiednio:

**VC1** Współczynnik liniowej zależności pojemności od napięcia.

**VC2** Współczynnik kwadratowej zależności pojemności od napięcia.

Pojemność rozumiana jest tutaj jako pojemność różniczkowa. Oznacza to, że prąd  $i(t)$  płynący przez element związany jest z napięciem panującym na elemencie  $u(t)$  za pomocą następującego wzoru:

$$i(t) = C(T) \cdot [1 + VC1 \cdot u(t) + VC2 \cdot u(t)^2] \cdot \frac{du(t)}{dt} \quad (90)$$

gdzie:

$C(T)$  pojemność różniczkowa kondensatora (w temperaturze  $T$ ), gdy napięcie panujące na nim jest równe 0.

Przykład:

```
.MODEL POJ CAP C=10N DEV 2% TC1=0.2E-3 VC1=2E-2
C1 2 3 POJ 1
```

#### 5.4. Model cewki magnetycznej

Podobnie jak w przypadku kondensatora model cewki magnetycznej wbudowany w program PSpice uwzględnia zmiany indukcyjności wraz z temperaturą oraz efekty nieliniowe.

Tablica XIII zawiera parametry tego modelu.

Parametr **L** służy do

obliczania wartości indukcyjności elementu, którego

deklaracja odwołuje się do

modelu. Wartość indukcyjności

jest iloczynem

wartości parametru **L** oraz

mnożnika, podawanego w

deklaracji cewki tuż za

nazwą modelu. Jeśli mnożnik

nie jest podany TO

program przyjmuje, że wynosi on 1. Parametry **TC1** oraz **TC2** służą do opisu zmian indukcyjności wraz z temperaturą. Wartość indukcyjności obliczana jest zgodnie ze wzorem:

$$L(T) = L(T_0) \cdot [1 + TC1 \cdot (T - T_0) + TC2 \cdot (T - T_0)^2] \quad (91)$$

gdzie:

$L(T)$  indukcyjność w temperaturze  $T$ ;

$L(T_0)$  indukcyjność w temperaturze odniesienia  $T_0$ .

Do opisu efektów nieliniowych używa się dwóch kolejnych parametrów **LI1** oraz **LI2**.

Są to odpowiednio współczynnik liniowej zależności indukcyjności od prądu i współczynnik kwadratowej zależności indukcyjności od prądu. Indukcyjność rozumiana jest tutaj jako

indukcyjność różniczkowa. Oznacza to, że prąd  $i(t)$  płynący przez element związany jest z napięciem panującym na elemencie  $u(t)$  za pomocą następującego wzoru:

Tablica XIII Parametry modelu cewki magnetycznej.

Słowo kluczowe	Nazwa	Jednostka	Wartość domyślna
L	Mnożnik indukcyjności	-	1.0
TC1	Współczynnik liniowej zależności indukcyjności od temperatury	[K] <sup>-1</sup>	0.0
TC2	Współczynnik kwadratowej zależności indukcyjności od temperatury	[K] <sup>-2</sup>	0.0
LI1	Współczynnik liniowej zależności indukcyjności od prądu	[I] <sup>-1</sup>	0.0
LI2	Współczynnik kwadratowej zależności indukcyjności od prądu	[I] <sup>-2</sup>	0.0

$$u(t) = L(T) \cdot [1 + IL1 \cdot i(t) + IL2 \cdot i(t)^2] \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (92)$$

gdzie:

$L(T)$  indukcyjność różniczkowa cewki (w temperaturze  $T$ ), przy prądzie równym zero.

Przykład:

```
.MODEL CEWKA IND L=10M DEV 20% TC1=0.2E-3 IC1=2E-2
L1 2 3 CEWKA
```

### 5.5. Model kluczy sterowanych

Klucze sterowane zostały dokładnie omówione już wcześniej w rozdziale poświęconym analizie stanów nieustalonych — strona 77. Tutaj, dla porządku, przypomniane zostaną parametry modelu matematycznego klucza sterowanego (typ VSWITCH i typ ISWITH).

**Tablica XIV** Parametry modelu klucza sterowanego prądem.

Słowo kluczowe	Nazwa	Jednostka	Wartość domyślna
RON	Rezystancja w stanie włączenia	[ $\Omega$ ]	1.0
ROFF	Rezystancja w stanie wyłączenia	[ $\Omega$ ]	1.0E6
ION	Prąd włączenia	[A]	1.0E-3
IOFF	Prąd wyłączenia	[A]	0.0

**Tablica XV** Parametry modelu klucza sterowanego napięciem.

Słowo kluczowe	Nazwa	Jednostka	Wartość domyślna
RON	Rezystancja w stanie włączenia	[ $\Omega$ ]	1.0
ROFF	Rezystancja w stanie wyłączenia	[ $\Omega$ ]	1.0E6
VON	Napięcie włączenia	[V]	1.0
VOFF	Napięcie wyłączenia	[V]	0.0

### 5.6. Model nieliniowego rdzenia magnetycznego

Począwszy od wersji 3.01 program PSpice pozwala na symulację obwodów elektronicznych zawierających nieliniowe elementy magnetyczne. Element taki wprowadzany jest w strukturę obwodu za pomocą deklaracji sprzężenia magnetycznego. Wcześniej przedstawiono deklarację sprzężenia dwóch cewek liniowych — strona 7. Jeżeli cewki sprzężone są poprzez

rdzeń wykonany z nieliniowego materiału magnetycznego np. ferromagnetyka, deklaracja takiego sprzężenia jest następująca:

**KXXXXXXX \_L1 [\_L2] \_k \_model \_skala**

Pola powinny zawierać **\_L1** i **\_L2** nazwy cewek sprzężonych poprzez nieliniowy rdzeń magnetyczny. W miejsce indukcyjności w liniach deklaracji cewek **\_L1** i **\_L2** podaje się liczbę zwojów cewki. Podanie nazwy tylko jednej cewki w deklaracji **K** oznacza cewkę z nieliniowym rdzeniem. Parametr **\_k** określa współczynnik sprzężenia cewek. Jego wartość powinna się mieścić w przedziale obustronnie otwartym (0,1). W polu **\_model** podaje się nazwę modelu rdzenia magnetycznego, który opisuje zachowanie deklarowanego elementu. Parametr **\_skala** to współczynnik służący do skalowania pola przekroju poprzecznego rdzenia. Przykład:

K11 L12 L32 0.9 RDZEN 1.0

Tablica XVI podsumowuje parametry potrzebne do modelowania nieliniowego rdzenia magnetycznego. Można je podzielić na dwie grupy. Pierwsza z nich to parametry opisujące geometrię rdzenia. Druga grupa to parametry opisujące materiał magnetyczny, z którego został wykonany rdzeń. Do pierwszej grupy należy:

**Tablica XVI** Parametry modelu nieliniowego rdzenia magnetycznego.

Słowo kluczowe	Nazwa	Jednostka	Wartość domyślna
AREA	Pole przekroju poprzecznego	[cm] <sup>2</sup>	0.1
PATH	Średnia długość linii pola magnetycznego	[cm]	1.0
GAP	Szerokość szczeliny powietrznej	[cm]	0.0
STACK	Współczynnik wypełnienia	-	1.0
MS	Magnetyzacja nasycenia	[A/m]	10 <sup>6</sup>
ALPHA	Średni współczynnik pola	-	0.001
A	Parametr kształtu	[A/m]	10 <sup>3</sup>
C	Stała odkształceń elastycznych ścian domen	-	0.2
K	Stała odkształceń nieelastycznych ścian domen	[A/m]	500

- Parametr **AREA** służący do określania pola przekroju poprzecznego

rdzenia; pole przekroju poprzecznego rdzenia, wyrażone w [cm<sup>2</sup>] jest iloczynem parametru **AREA** i wartości podanej w polu **\_skala** w linii deklaracji sprzężenia magnetycznego — strona 117.

- Parametr **PATH** — średnia długość linii pola magnetycznego wewnątrz rdzenia wyrażona w [cm].
- Parametr **GAP** — szerokość szczeliny powietrznej rdzenia w [cm].
- parametr **STACK** — określa jaką część pola przekroju poprzecznego cewki wypełnia rdzeń.

Aby wyjaśnić znaczenie parametrów należących do drugiej grupy należy omówić

matematyczny model materiału magnetycznego zrealizowany w programie PSpice.

### 5.6.1. Model materiału rdzenia

W programie PSpice zrealizowano nieco zmodyfikowany model nieliniowego materiału magnetycznego zaproponowany w 1986 roku przez D.C.Jiles-a i i D.L.Atherton-a [15]. Zakłada on istnienie (dla temperatur odpowiadających temperaturze pokojowej) krzywej namagnesowania materiału  $Ma-H$  nie wykazującej histerezy magnetycznej. Krzywa taka opisuje stan równowagi termodynamicznej tzn. stan, w którym energia polikryształu ferromagnetyka jest najniższa. Z wyników pomiarów dla stali jakie przedstawiono w [3] wynika, że krzywa taka jest w praktyce rzeczywiście obserwowana. Opisana jest ona następującym równaniem:

$$Ma = Ms \cdot F\left(\frac{H + \alpha \cdot Ma}{a}\right) \quad (93)$$

gdzie:

- H     natężenie pola magnetycznego;
- Ma    magnetyzacja w przypadku braku histerezy;
- Ms    magnetyzacja nasycenia (w programie PSpice parametr **MS**);
- $\alpha$     średni parametr pola (w programie PSpice parametr **ALPHA**);
- a     parametr kształtu (w programie PSpice parametr **A**).

Funkcja  $F(x)$  ma następującą postać:

$$F(x) = ctgh(x) - \frac{1}{x} \quad (94)$$

Wzory (93) i (94) uzyskuje się badając zbiór momentów magnetycznych domen ferromagnetyka metodami fizyki statystycznej [9]. Parametr  $a$  jest ściśle związany z średnim momentem magnetycznym pojedynczej domeny (odwrotnie proporcjonalnie) i temperaturą układu (wprost proporcjonalnie). Parametr  $\alpha$  związany jest z energią wzajemnego oddziaływania domen. Parametr ten uwzględnia nie tylko energię oddziaływania domeny z polem magnetycznym wytworzonym przez wszystkie pozostałe domeny polikryształu. Uwzględnia także energię zgromadzoną na powierzchni domeny. Nie do końca wyjaśnione efekty kwantowe [9] powodują, że najbardziej korzystnym energetycznie stanem dla sąsiednich atomów w kryształach ferromagnetyka jest stan, w którym momenty magnetyczne atomów mają ten sam kierunek. Stąd atomowe momenty magnetyczne wewnątrz domeny są uporządkowane. Na granicy domen występuje obszar „przejściowy”, w którym sąsiadują ze sobą atomy o momentach magnetycznych skierowanych w różne strony. Związane jest to ze zmagazynowaniem na powierzchni domeny dodatkowej energii. Krzywa namagnesowania opisana wzorami (93),(94) nie jest obserwowana bezpośrednio. Wytworzenie wewnątrz ferromagnetyka niezerowego wektora namagnesowania wymaga „rozrostu” domen o momencie magnetycznym skierowa-



nym zgodnie z zewnętrznym polem magnetycznym. Następuje wówczas ruch ścian domen, który napotyka na opory. Wynikają one z niedoskonałości budowy poszczególnych monokryształów, istnienia granic ziarn w polikryształe itp. W pracy [15] założono, że energia potrzebna do przesunięcia ściany domeny jest wprost proporcjonalna do wielkości tego przesunięcia (stała „siła tarcia”). Prowadzi to do następującego wzoru określającego obserwowaną wartość wektora magnetyzacji  $M$ :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{Ma - M}{\delta \cdot K} \quad (95)$$

gdzie:

- $Ma$     wartość wektora magnetyzacji obliczona na podstawie wzorów (93),(94);
- $K$       stała odkształceń nieelastycznych ścian domen (w programie PSpice stała  $\mathbf{K}$ );
- $\delta$       równe jest +1 gdy  $dH/dt > 0$ , natomiast w przypadku gdy  $dH/dt < 0$  równe jest -1.

Wzór (95) opisuje składową wektora magnetyzacji pochodzącą od odkształceń nieelastycznych. Ściana domeny zaczepiona o defekty kryształu ulega odkształceniom elastycznym. W pracy [15] założono, że „ciśnienie” wywołujące ten efekt jest wprost proporcjonalne do różnicy między wartością wektora magnetyzacji obliczoną ze wzoru (1) i aktualną wartością wektora magnetyzacji  $M$ . W rezultacie otrzymano następujący wzór określający składową wektora magnetyzacji związaną z elastycznymi odkształceniami ścian domen:

$$M = C \cdot (Ma - M) \quad (96)$$

Sumując składowe określone wzorami (95) i (96) otrzymujemy wzór określający całkowitą wartość wektora magnetyzacji wewnątrz ferromagnetyka:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{Ma - M}{\delta \cdot K} + C \cdot \frac{d(Ma - M)}{dH} \quad (97)$$

Po przekształceniu wzór (97) przyjmuje ostateczną postać:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{Ma - M}{(1 + C) \cdot \delta \cdot K} + \frac{C}{1 + C} \cdot \frac{dMa}{dH} \quad (98)$$

Model materiału ferromagnetycznego zrealizowany w programie PSpice oparty jest na wzorach (93),(94) oraz (98).

### 5.6.2. Wyznaczanie parametrów materiału magnetycznego

Aby dokładnie modelować zachowanie materiału magnetycznego trzeba znać wartości parametrów  $\mathbf{Ms}, \mathbf{a}, \mathbf{\alpha}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$  (w programie PSpice  $\mathbf{MS}, \mathbf{A}, \mathbf{ALPHA}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$ ). Wartości domyślne, które przyjmowane są przez program PSpice są takie jak w oryginalnej pracy D.C.Jiles–a i D.L.Atherton–a [15] i dotyczą stali. W praktyce inżynier elektronik znacznie częściej spotyka

się z magnetycznie miękkimi ferrytami używanymi jako rdzenie transformatorów wysokiej częstotliwości. Rdzenie transformatorów wysokiej częstotliwości wykonywane są zwykle z ferrytów manganowo–cynkowych i manganowo–niklowych [11]. Są to materiały magnetycznie miękkie tzn. natężenie powściągające  $H_c$  oraz indukcja szczątkowa  $B_r$  przyjmują stosunkowo małe wartości [16]. W skutek tego w materiałach tych obserwuje się praktycznie liniową krzywą rozmagnesowywania. Krzywą tę można opisać wzorem:

$$M = (\mu' - 1) \cdot H + \mu' \cdot H_c \quad (99)$$

Parametr  $\mu'$  oznacza przenikalność magnetyczną materiału rdzenia obserwowaną w obszarze krzywej rozmagnesowywania:

$$\mu' = \frac{B_r}{\mu_0 \cdot H_c} \quad (100)$$

gdzie:

$\mu_0$  przenikalność magnetyczna próżni równa  $4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m].

Ponieważ wartość natężenia powściągającego  $H_c$  jest mała można w obszarze krzywej rozmagnesowywania zlinearyzować wzór (93):

$$Ma(H) = H \cdot \left( \frac{dMa}{dH} \right)_{H=0} \quad (101)$$

Zgodnie ze wzorem (98) mamy:

$$\left( \frac{dM}{dH} \right)_{H=0} = \frac{C}{1+C} \cdot \left( \frac{dMa}{dH} \right)_{H=0} \quad (102)$$

Pochodna wartości wektora magnetyzacji po natężeniu pola magnetycznego dla wartości pola magnetycznego równej zero  $(dM/dH)_{H=0}$  to początkowa przenikalność materiału rdzenia  $\mu$  pomniejszona o jeden — parametr  $\mu$  podawany jest w katalogu rdzeni. Stąd ze wzoru (102) uzyskujemy wartość  $dMa/dH$  dla  $H=0$ .

$$\left( \frac{dMa}{dH} \right)_{H=0} = \frac{1+C}{C} \cdot (\mu - 1) \quad (103)$$

Wzór (101) można teraz przepisać w postaci:

$$Ma(H) = \frac{1+C}{C} \cdot (\mu - 1) \cdot H \quad (104)$$

Po wprowadzeniu wzorów (99), (104) i (103) do równania (98) otrzymuje się:

$$\mu' - 1 = \frac{1}{K \cdot (1+C)} \cdot \left[ \frac{1+C}{C} \cdot (\mu - 1) \cdot H - (\mu' - 1) \cdot H - \mu' \cdot H_c \right] + \frac{C}{1+C} \cdot \frac{1+C}{C} \cdot (\mu - 1) \quad (105)$$

We wzorze (105) uwzględniono, że na krzywej rozmagnesowywania zachodzi następujący związek:

$$\mu' - 1 = \frac{dM}{dH} \quad (106)$$

oraz, że  $\delta = -1$ .

Równanie (105) musi być spełnione dla każdej wartości natężenia pola magnetycznego  $H$  w obszarze krzywej rozmagnesowywania. Oznacza to, że wyraz wolny jak i współczynnik proporcjonalności przy  $H$  po lewej i prawej stronie wzoru (105) muszą być równe. Daje to w rezultacie wzór określający wartość parametru  $C$ :

$$C = \frac{\mu - 1}{\mu' - \mu} \quad (107)$$

oraz wzór określający wartość parametru  $K$ :

$$K = Hc \cdot \frac{\mu'}{\mu' - 1} \quad (108)$$

Wielkość  $\mu'$  określona jest wzorem (100), (108). Ze względu na dużą wartość  $\mu'$  parametr  $K$  modelu równy jest natężeniu pola powściągającego.

Pozostaje jeszcze wyznaczenie parametrów  $M_s, a, \alpha$  występujących we wzorach (93), (94). Najłatwiej wyznaczyć wartość magnetyzacji nasycenia. W katalogach podaje się zwykle indukcję nasycenia  $B_n$ , której wartość łączy się z magnetyzacją nasycenia następującym wzorem:

$$M_n = \frac{B_n}{\mu_0} - H_n \quad (109)$$

gdzie:

$H_n$  — natężenia pola magnetycznego, dla którego dokonywano pomiaru  $B_n$ .

Trudniejszy problem stanowi znalezienie wartości parametrów  $a$  i  $\alpha$  ponieważ krzywa opisana równaniami (93), (94) jest trudna do pomiaru i nie jest podawana w katalogach. Dla dużych wartości natężenia pola magnetycznego krzywa ta jest jednak bardzo bliska pierwotnej krzywej namagnesowania. A zatem wymienione parametry zostaną dobrane tak aby:

- Wartość przenikalności początkowej materiału rdzenia była równa  $\mu$ .
- Krzywa opisana równaniami (93), (94) przechodziła przez wybrany punkt pierwotnej krzywej namagnesowania dla dużych wartości  $H$ .

Zgodnie ze wzorem (102) wartość początkowej przenikalności magnetycznej materiału określona jest wzorem:

$$\mu = \frac{C}{1+C} \cdot \left( \frac{dMa}{dH} \right)_{H=0} + 1 \quad (110)$$

Wartość pochodnej wartości wektora magnetyzacji  $Ma$  po natężeniu pola magnetycznego otrzymuje się różniczkując wzory (93), (94):

$$\left( \frac{dMa}{dH} \right)_{H=0} = Mn \cdot \frac{1/3}{\frac{a}{Mn} \cdot \left( 1 - \frac{Mn \cdot \alpha}{a} \cdot \frac{1}{3} \right)} \quad (111)$$

Podstawiając wzór (111) do wzoru (110), po przekształceniach otrzymujemy wartość współczynnika  $\alpha$ :

$$\alpha = 3 \cdot \frac{a}{Mn} - \frac{C}{(\mu - 1) \cdot (1 + C)} \quad (112)$$

Dla dużych wartości argumentu funkcję  $F(x)$  można przybliżyć w sposób następujący:

$$F(x) \approx 1 - \frac{1}{x} \quad (113)$$

Jeżeli mamy wartość natężenia pola magnetycznego  $Hx$  oraz wartość indukcji magnetycznej  $Bx$  leżące na krzywej pierwotnego namagnesowania blisko obszaru nasycenia to spełniają one przybliżoną równość:

$$\frac{Mx}{Mn} = 1 - \frac{a}{Hx + \alpha \cdot Mx} \quad (114)$$

gdzie:

$$Mx = \frac{Bx}{\mu_0} - Hx \quad (115)$$

Uwzględniając we wzorze (114) wyrażenie określające wartość parametru  $\alpha$  (wzór (112)), po przekształceniach otrzymujemy wyrażenie określające wartość parametru  $a$ :

$$a = \frac{Hx - \frac{C}{1+C} \cdot \frac{Mx}{\mu - 1}}{\frac{1}{1 - \frac{Mx}{Mn}} - 3 \cdot \frac{Mx}{Mn}} \quad (116)$$

Dysponując wartością parametru  $a$  można obliczyć teraz, korzystając ze wzoru (112) wartość parametru  $\alpha$ .

Ponieważ punkt o współrzędnych  $(Hx, Bx)$  powinien leżeć na krzywej pierwotnego namagnesowania blisko obszaru nasycenia, co może wiązać się z pojawieniem się dodatkowych błędów numerycznych podczas obliczeń z wykorzystaniem wzoru (116), warto odczytać w katalogu współrzędne kilku takich punktów. Dla każdego z nich należy obliczyć

**Tablica XVII** Obliczanie parametrów materiału magnetycznie miękkiego.

Parametr	Wzór	Potrzebne dane katalogowe
C	$C = \frac{\mu_0 \cdot H_c \cdot (\mu - 1)}{B_r - \mu \cdot \mu_0 \cdot H_c}$	$H_c, B_r, \mu$
K	$K = H_c \cdot \frac{B_r}{B_r - \mu_0 \cdot H_c}$	$H_c, B_r$
MN	$M_n = B_n / \mu_0 - H_n$	$B_n, H_n$
A	$A = \frac{H_x - C \cdot M_x / [(1+C) \cdot (\mu - 1)]}{1 / (1 - M_x / M_n) - 3 \cdot M_x / M_n}$ $M_x = B_x / \mu_0 - H_x$	$B_x, H_x, (M_n, C)$
ALPHA	$ALPHA = 3 \cdot A / M_n - \frac{C}{(\mu - 1) \cdot (1 + C)}$	$\mu, (A, M_n, C)$

parametr **a** ze wzoru (116). Jako wartość parametru **a** należy przyjąć średnią uzyskanych wyników. Tej średniej używa się do obliczenia parametru  $\alpha$  zgodnie ze wzorem (112). Tablica XVII podsumowuje sposób wyznaczania parametrów materiału magnetycznie miękkiego dla potrzeb modelowania za pomocą programu PSpice.

Przykład:

Obliczyć parametry ferrytu F3001 produkowanego przez ZMM „Polfer”. Potrzebne dane katalogowe [16]:

$B_n = 370$ [mT]	indukcja nasycenia;
$H_n = 1000$ [A/m]	natężenie pola magnetycznego, dla którego dokonano pomiaru $B_n$ ;
$\mu = 3000$	początkowa przenikalność magnetyczna;
$B_r = 87,0$ [mT]	pole szczątkowe;
$H_c = 14,0$ [A/m]	natężenie pola powściągającego (pole koercji);
$H_x = 150$ [A/m]	natężenie pola;
$B_x = 316$ [mT]	indukcja pola — punkt $(H_x, B_x)$ leży na pierwotnej krzywej namagnesowania blisko obszaru nasycenia.

Obliczenia:

Względna przenikalność magnetyczna materiału obserwowana na krzywej rozmagnesowywania (wzór (100)):

$$\mu' = \frac{B_r}{\mu_0 \cdot H_c} = \frac{0,087 [T]}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [H/m] \cdot 14 [A/m]} \approx 4945 \quad (117)$$

Stała odkształceń elastycznych ścian domen (wzór(107)):

$$C = \frac{\mu - 1}{\mu' - \mu} = \frac{3000 - 1}{4945 - 3000} \approx 1.54 \quad (118)$$

Stała odkształceń nieelastycznych ścian domen (wzór (108)):

$$K = Hc \cdot \frac{\mu'}{\mu' - 1} = 14.0 [A/m] \cdot \frac{4945 - 1}{4945} \approx 14.0 [A/m] \quad (119)$$

Wartość wektora magnetyzacji w stanie nasycenia (wzór(109)):

$$Mn = \frac{Bn}{\mu_0} - Hn = \frac{0.370 [T]}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [H/m]} - 1000 [A/m] = 2.93 \cdot 10^5 [A/m] \quad (120)$$

Wartość wektora magnetyzacji dla punktu (Hx, Bx) odczytanego z pierwotnej krzywej namagnesowania (wzór (115)):

$$Mx = \frac{Bx}{\mu_0} - Hx = \frac{0.316 [T]}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [H/m]} - 150 [A/m] = 2.51 \cdot 10^5 [A/m] \quad (121)$$

Parametr kształtu pierwotnej krzywej namagnesowania (wzór (116)):

$$a = \frac{Hx - \frac{C}{1+C} \cdot \frac{Mx}{\mu - 1}}{\frac{1}{1 - \frac{Mx}{Mn}} - 3 \cdot \frac{Mx}{Mn}} = \frac{150 - \frac{1.54}{1+1.54} \cdot \frac{2.51 \cdot 10^5}{3000-1}}{\frac{1}{1 - \frac{2.51}{2.93}} - 3 \cdot \frac{2.51}{2.93}} [A/m] = 22.5 [A/m] \quad (122)$$

Parametr opisujący oddziaływanie domen (wzór (112)):

$$\alpha = 3 \cdot \frac{a}{Mn} - \frac{C}{(\mu - 1) \cdot (1 + C)} = 3 \cdot \frac{22.5}{2.93 \cdot 10^5} - \frac{1.54}{(3000 - 1) \cdot (1 + 1.54)} = 2.82 \cdot 10^{-5} \quad (123)$$

Ostatecznie obliczone parametry ferrytu F3001 podane są poniżej:

- A=22,5[A/m] parametr kształtu pierwotnej krzywej namagnesowania;
- ALPHA=2,82·10<sup>-5</sup> parametr opisujący oddziaływanie domen;
- MN=2,93·10<sup>5</sup>[A/m] magnetyzacja nasycenia;
- C=1,54 stała odkształceń elastycznych domen;
- K=14,0[A/m] stała odkształceń nieelastycznych domen.

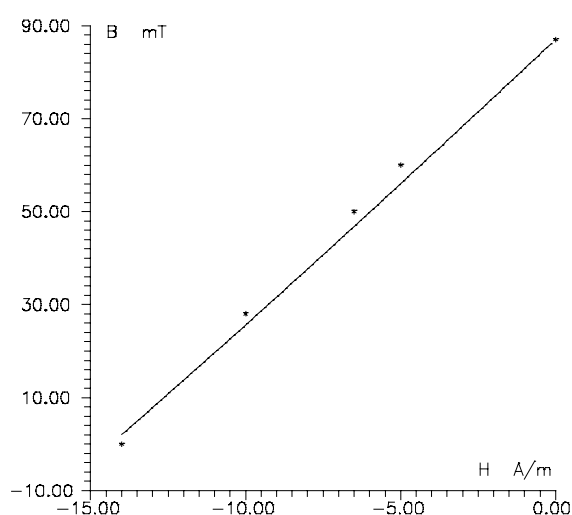
Wyniki obliczeń ilustrują kolejne rysunki. Rys. 66 przedstawia krzywą rozmagnesowywania materiału. Na osi poziomej odłożono natężenie pola magnetycznego wyrażone w [A/m], na osi pionowej indukcję pola magnetycznego wyrażoną w [mT]. Linia ciągłą zaznaczono krzywą obliczoną teoretycznie, natomiast gwiazdki, to punkty krzywej rozmagnesowywania odczytane z katalogu. Na Rys. 67 porównano teoretyczną pierwotną krzywą namagnesowania (linia ciągła) z krzywą katalogową (gwiazdki). Na koniec Rys. 68 przedstawia krzywą histerezy magnetycznej materiału F3001 obliczoną przez program PSpice. Ponieważ program PSpice wyświetla wyniki w jednostkach układu Gaussa CGS zostały one przeskalowane za pomocą programu PROBE tak by na osi poziomej znalazło się natężenie pola magnetycznego

wyrażone w [A/m] natomiast na osi pionowej indukcja pola magnetycznego w [mT].

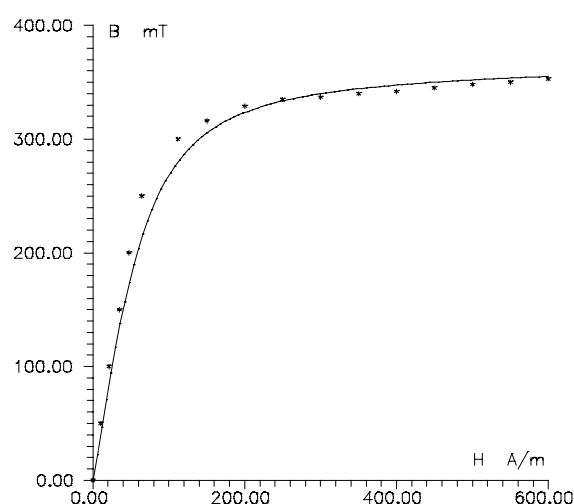
Obliczenia według wyprowadzonych wzorów przeprowadzone zostały także dla kilku innych materiałów ferrytowych służących do wytwarzania rdzeni do transformatorów wysokiej częstotliwości. Oprócz F3001 są to materiały F5001, F2001, F1001, F603, F201 produkowane przez ZMM „Polfer”. Są to materiały o początkowej wartości przenikalności magnetycznej równej odpowiednio 5000, 2200, 1200, 600 i 220. Uzyskane wartości parametrów przedstawia Tablica XVIII. Dla materiałów F1001, F601 oraz F201 uzyskano ujemną wartość parametru **ALPHA**. Wskazuje to, że wzajemne oddziaływanie pól magnetycznych domen powoduje osłabienie pola magnetycznego „obserwowanego” przez pojedynczą domenę.

**Tablica XVIII** Parametry wybranych materiałów ferrytowych.

Parametr	F5001	F3001	F2001	F1001	F603	F201
<b>MN</b> [A/m]	3.09E+5	2.93E+5	2.70E+5	3.17E+5	2.14E+5	2.05E+5
<b>A</b> [A/m]	14.4	22.5	28.0	11.1	15.0	46.8
<b>ALPHA</b>	5.80E-5	2.82E-5	5.39E-5	-1.93E-4	-3.07E-4	-8.12E-4
<b>C</b>	0.696	1.54	1.31	0.554	0.448	0.491
<b>K</b> [A/m]	9.3	14.0	16.5	35.5	64.3	127.0



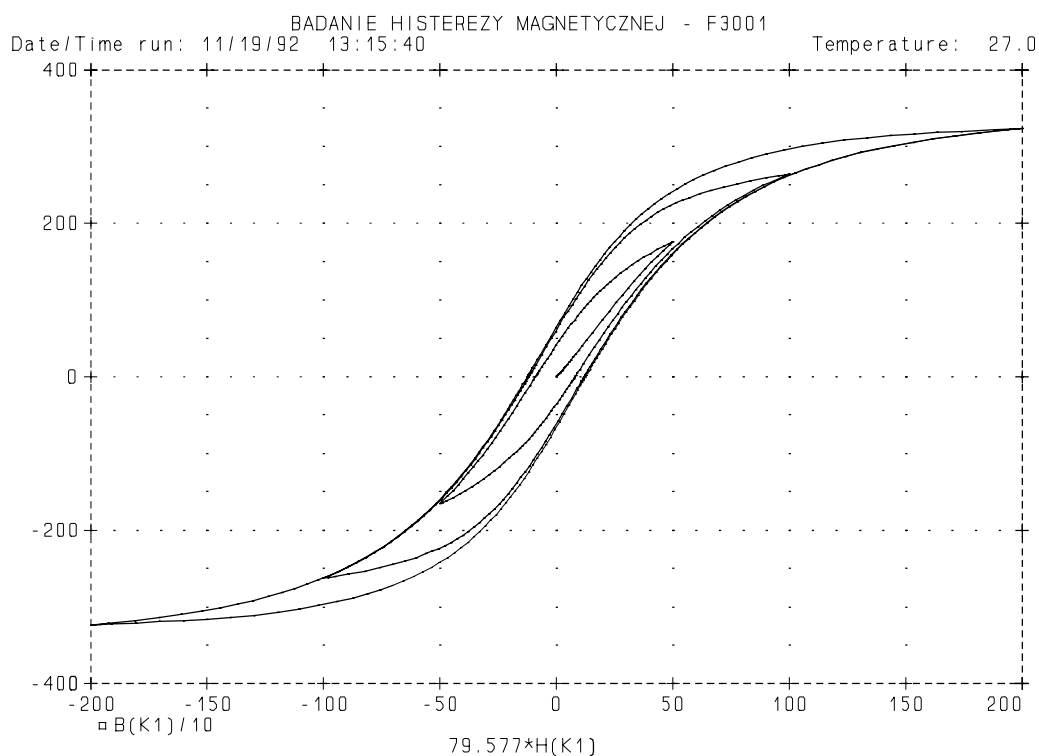
**Rys. 66** Krzywa rozmagnesowywania ferrytu F3001; \* dane katalogowe, - obliczenia teoretyczne.



**Rys. 67** Pierwotna krzywa namagnesowania ferrytu F3001; \* dane katalogowe, - obliczenia teoretyczne.

### 5.6.3. Uwagi na temat obliczania parametrów materiałów magnetycznie miękkich

Najbardziej „delikatnym” problemem podczas obliczania parametrów rdzenia jest wybór punktów na pierwotnej krzywej namagnesowania tak, by jak najdokładniej odtworzyć krzywą



**Rys. 68** Pętla histerezy magnetycznej ferrytu F3001 obliczona przez program PSpice.

katalogową. Doświadczenia zdobyte podczas obliczeń pozwalają na sformułowanie następujących zaleceń:

- Wartość indukcji pola powinna mieścić się w granicach od 85% do 97% indukcji nasycenia.
- Wybrany punkt powinien leżeć wyraźnie za „kolanem” krzywej pierwotnego namagnesowania.
- Wybrany punkt powinien leżeć w części krzywej, która jeszcze wyraźnie wznosi się.
- Jeżeli krzywa pierwotnego namagnesowania kończy się fragmentem wyraźnie wznoszącym się należy wybierać punkty tuż przy końcu krzywej.

Podczas obliczeń stwierdzono, że jeżeli wybrany zostanie do obliczeń nawet pojedynczy punkt zgodnie z powyższymi zaleceniami to uzyskana krzywa pierwotnego namagnesowania bardzo dobrze zgadza się z krzywą katalogową.